Livret de rentrée en terminale
Spécialité Mathématiques

Vous avez choisi de poursuivre la spécialité Maths en terminale, et afin de préparer au mieux votre rentrée, ce livret d'exercices vous est proposé. Il s'agit d'un recueil de méthodes et outils portant sur une partie des programmes de 2nde et 1ère essentielle pour bien démarrer l'année. Seront abordés dans ce livret : les bases de calcul, la dérivation, les suites numériques.

Ce travail est à effectuer pour la **prérentrée** et sera d'autant plus efficace si vous le faites avec **sérieux** et de **manière autonome**. L'objectif pour vous étant de faire le bilan ce que vous maîtrisez ou non et de réviser les notions nécessaires pour la terminale.

Un corrigé vous sera envoyé avant la rentrée pour vérifier vos résultats.

Il est donc aussi demandé de réaliser des **fiches de révision ou cartes mentales** sur ces thèmes (***à remettre également lors de la prérentrée***).

Lors de la première semaine de cours, une évaluation diagnostique (non notée) sera effectuée afin de vérifier les acquis.

Quelques conseils d'organisation :

- Echelonner votre travail sur une ou deux semaines (4 à 6 exercices par jour), de préférence pendant les semaines qui précèdent la rentrée.
- S'assurer que l'on maîtrise le cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé.
- Faire attention au soin et à la rédaction.
- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas, allez rouvrir votre cours de première pour y retrouver un exercice du même type.
- Les exercices signalés par des étoiles demandent un peu plus de recherche.

Bon courage à tous, bonnes vacances !!!

Calcul littéral

Pré requis

Maitriser les identités remarquables et les priorités opératoires.

Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.

Mettre en évidence une identité remarquable pour factoriser.

Réduire des expressions au même dénominateur.

Développer des expressions

Exemple : recopie et complète les pointillés.

$A = 2(3x-1)^2 - 5(5x+3)(2-3x)$

$A = 2(\dots x^2 - \cdots + 1) - (10x - \cdots + \cdots - \cdots)$

$A = 18x^2 - \cdots + 1 - 10x + \cdots - \cdots + \cdots$ donc $A = \cdots$

Exercice 1 :

En utilisant la même méthode, développer et réduire l'expression $B = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$.

Factoriser des expressions

Exemple 1 :

$A = 6x + 3 + 4(2x+1)^2$

$A = 3(2x+1) + 4(2x+1)(2x+1)$

$A = (2x+1)[3 + 4(2x+1)]$

$A = (2x+1)(3 + 8x + 4)$

$A = (2x+1)(8x+7)$

Exemple 2 :

$B = 36x^2 - (5x+1)^2$

$B = (6x)^2 - (5x+1)^2$

$B = [(6x) + (5x+1)]\,[(6x) - (5x+1)]$

$B = (6x + 5x + 1)(6x - 5x - 1)$

$B = (11x+1)(x-1)$

Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes :

$C = 2(5x-1)^2 + 10x - 2$

$D = (4x-3)^2 - 25x^2$

Réduire des expressions au même dénominateur

Recopie et complète les pointillés :

$A = 4 + \frac{3}{x+2}$

$A = \frac{4(\ \ldots + \cdots)}{x+2} - \frac{3}{x+2}$

$A = \frac{\ldots + \cdots}{x+2} + \frac{3}{x+2}$ donc $A = \frac{\ldots + \cdots}{x+2}$

Exercice 3 :

En utilisant la même méthode, écris sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

$B = \frac{2x}{3x-1} + 5$

$C = \frac{4}{2x+6} - \frac{3}{x-5}$

Equations

Pré requis

Savoir développer et factoriser une expression

Connaître et savoir utiliser les identités remarquables

Résolution d'une équation du premier degré, d'une équation produit nul et d'une équation rationnelle

Equations du second degré

Exemple : Equation linéaire

$2(2x-3) + 3x = 5x - 3(5 - 9x)$

Développer et se ramener à $25x = 9$.

Ainsi $\mathcal{S} = \left\{\frac{9}{25}\right\}$

Exemple : Equation produit nul

$81x^2 - 16 = (9x-4)(2x-3)$

Reconnaître une identité remarquable, factoriser et se ramener à $(9x-4)(7x+7)$.

Montrer alors que $\mathcal{S} = \left\{-1; \frac{4}{9}\right\}$.

Exemple : Equation rationnelle

$x + 1 = \frac{9}{x+1}$

Déterminer les éventuelles valeurs interdites et se ramener à $(x+1)^2 = 9$.

Montrer alors que $\mathcal{S} = \{-4; 2\}$.

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes :

a. $-x = x + 16$

b. $(-x-4)(-x+7) = 0$

c. $9(-3x-1)(6x-36) = 0$

d. $\frac{-3x-1}{8-5x} = 0$

e. $\frac{5-8x}{x-2} = 3$

Exercice 5✸ :

Résoudre les équations suivantes :

a. $(5x-1)(x-9) - (x-9)(2x-1) = 0$

b. $(x-1)(2x-7) = 4x^2 - 28x + 49$

c. $\frac{3x-1}{x-5} = \frac{3x-4}{x}$

Exercice 6 :

Résoudre les équations du second degré suivantes et donner si possible une factorisation du polynôme :

a. $6x^2 - 15x - 9 = 0$

b. $\frac{1}{8}x^2 + x + 2 = 0$

c. $x^2 + x + 1 = 0$

Etude du signe et inéquations

Pré requis

Savoir développer et factoriser une expression

Règles des signes du produit ou du quotient

Etudier le signe d'une fonction affine, d'un polynôme de degré 2

Exemple : Inéquation du premier degré

$2x - 3 \leq 1$

$2x \leq 4$

$x \leq 2$ donc $\mathcal{S} =]-\infty; 2]$

$-5x - 4 < 6$

$-5x < 10$

$x > -2$ donc $\mathcal{S} =]-2; +\infty[$

Exercice 7 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $6x + 7 > 4x + 8$

b. $x + 1 \geq 9x + 25$

Signe d'un produit

On veut étudier le signe du produit $P(x) = (-2x - 6)(x - 5)$.
On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur. On parle de racine d'une expression.
Racine de $-2x - 6$: $-2x - 6 = 0 \Leftrightarrow -2x = 6 \Leftrightarrow x = -3$
Racine de $x - 5$: $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$
On étudie le signe de chaque facteur : …
On complète le tableau avec les signes qui conviennent (sur la dernière ligne, on applique la règle des signes du produit)

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
Signe de $-2x-6$			0				
Signe de $x-5$					0		
Signe de $P(x)$			0		0		

On peut alors en déduire les solutions des inéquations $P(x) > 0$ ou $P(x) \geq 0$ ou tout autre inéquation.

Exercice 8 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(x - 8)(-1 - 10x) \leq 0$

b. $(3x + 2)^2 - (3x + 2)(5x + 1) > 0$

Exercice 9 ✷:

On considère deux nombres réels $x \; et \; y$ dont la somme est 20. On souhaite que leur produit P soit supérieur ou égal à 91.

1. Exprimer y en fonction de x.
2. Démontrer que résoudre l'inéquation $P \geq 91$ revient à résoudre $(7 - x)(13 - x) \leq 0$.
3. Conclure.

Signe d'un quotient

On veut étudier le signe du quotient $Q(x) = \frac{3x+9}{x-2}$.
Condition d'existence du quotient (autrement dit, recherche de la valeur interdite)
$Q(x)$ existe $\Leftrightarrow x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \cdots$
On a déjà la racine de $x - 2$, il nous faut donc la racine de $3x + 9$.
$3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \cdots$
On détermine le signe de $x - 2$ et de $3x + 9$.
On complète le tableau avec les signes qui conviennent.

x	$-\infty$	...		...	$+\infty$
Signe de $3x+9$		0			
Signe de $x-2$				0	
Signe de $Q(x)$		0		$\|\|$	

La double barre symbolise la valeur interdite

On peut alors en déduire les solutions des inéquations $Q(x) < 0$ ou tout autre inéquation.

Exercice 9 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $\frac{3-x}{2x+7} \leq 0$ b. $5 + \frac{2}{x+3} < 0$ c. $\frac{3}{2x-1} \geq \frac{2}{-3x+15}$

Signe d'un polynôme du second degré

On veut étudier le signe de $R(x) = 4x^2 + x - 3$

On calcule le discriminant : $\Delta = \cdots$

Ici, Δ est positif et le coefficient en x^2 est … qui est positif.

On obtient alors le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	...		...	$+\infty$
Signe de $R(x)$					

On peut alors résoudre des inéquations : $R(x) > 0$ ou tout autre inéquation.

Exercice 10 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $2x^2 - 5x - 42 \geq 0$ b. $\frac{x^2-2x-3}{2x+5} \leq 0$

Dérivation et applications

Pré requis

Taux de variation (ou taux d'accroissement)

Nombre dérivé

Tangente

Formules de dérivée d'une fonction

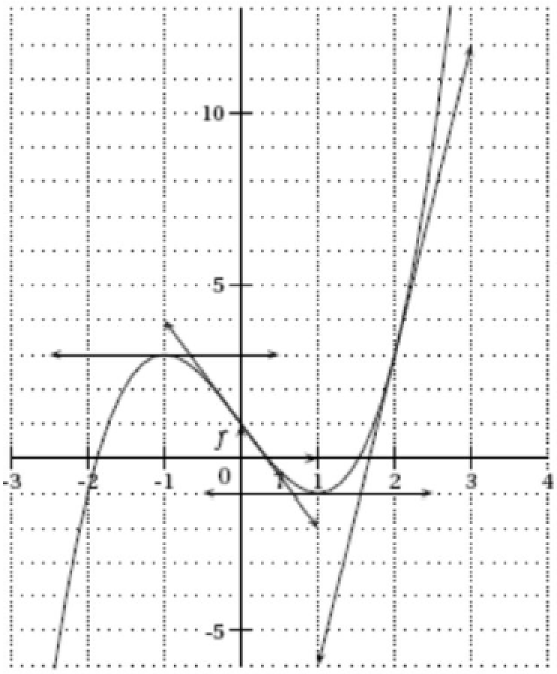
Exercice 11 :

La fonction f définie par $f(x) = x^3$ est-elle dérivable en 2 ? (Utiliser le taux de variation)

Exercice 12 :

La courbe $\mathcal{C}$ ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dans un repère orthogonal.

1. Déterminer graphiquement :
   a. $f(0); f(-1)$ et $f(2)$.
   b. Les coefficients directeurs des tangentes aux points d'abscisse 0; -1 *et* 2.
   c. L'équation de la tangente T_{-1} au point d'abscisse -1.
2. La droite T tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse -2 et d'ordonnée -1 passe par le point $A(1;26)$.
   a. Déterminer par le calcul le nombre dérivé $f'(-2)$.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite T.



Exercice 13 :

Tracer une courbe $\mathcal{C}$ représentant une fonction f définie sur $[-3;3]$ et ayant les propriétés suivantes :

- f est décroissante sur $[-3;0]$;
- $f(0) = -2$;
- La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est horizontale ;
- $\mathcal{C}$ admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie ;
- $f(3) = 9$.

Exercice 14 :

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5x + 7$

b. $f(x) = \frac{4x+1}{2x^2+1}$

c. $f(x) = x^2e^x$

d. $f(x) = e^{-3x+7}$

Exercice 15 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 30$.

Dresser, en justifiant, le tableau de variation de f.

Exercice 16✸ :

Partie A :

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

1. Déterminer les réels a, b *et* c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
2. Etudier alors le signe de $P(x)$.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 2[\, \cup\,]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^3-3x+2}{x-2}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal (1cm en abscisse pour 1 unité et 1cm en ordonnée pour 2 unités).

1. Montrer que $f'(x) = \frac{2P(x)}{(x-2)^2}$.
2. Dresser le tableau de variations de f.
3. Tracer $\mathcal{C}$ dans un repère.
4. Pour quelles abscisses x_0 les tangentes au point d'abscisse x_0 sont-elles horizontales ?
5. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ en $x = 3$ et la tracer dans le même repère.
6. Déterminer le réel d tel que $(x) = x^2 + 2x + 1 + \frac{d}{x-2}$.
7. On appelle g la fonction définie par $g(x) = x^2 + 2x + 1$ et Γ sa courbe représentative. Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ et de Γ.

Suites numériques

Pré requis :

Suite arithmétique, géométrique

Somme de terme

Exercice 17:

On considère une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 3$.

1. Exprimer u_n en fonction de n.
2. Calculer u_{12}.
3. Calculer $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{12}$.

Exercice 18 :

On considère une suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

4. Exprimer v_n en fonction de n.
5. Calculer v_9.
6. Calculer $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_9$.

Exercice 19 :

Un globe trotter a décidé de parcourir 5 000 km à pied. Il peut, frais et dispo, parcourir 50 km en une journée, mais chaque jour la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de 1% tous les jours. On note d_n la distance parcourue durant le n-ième jour ainsi $d_1 = 50$.

1. Calculer les distances d_2 et d_3.
2. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. En déduire la nature de la suite (d_n).
3. Exprimer d_n en fonction de n.
4. On note $L_n = d_1 + \cdots + d_n$, ainsi L_n est la distance totale parcourue en n jours. Exprimer L_n en fonction de n.
5. Le globe trotter peut-il réellement parcourir 5 000 km ? Justifier.